

球面螺旋槽动静压气体轴承的动态特性 分析及稳定性预测

贾晨辉, 庞焕杰, 邱明

(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 以球面螺旋槽动静压气体轴承为研究对象, 建立以轴心瞬时位置和瞬时变位速度为参数, 球面螺旋槽动静压气体轴承的非线性动态润滑分析计算数学模型. 采用导数积分法和有限差分法相结合, 数值计算出三维气膜的瞬态扰动压力分布、气膜刚度和阻尼系数. 研究转速、偏心率及供气压力对气膜动态特性系数的影响规律. 研究表明: 随着供气压力、转速以及偏心率的增大, 气膜刚度和阻尼系数均有不同程度的变化. 建立球面螺旋槽动静压气体轴承转子系统稳定性预测模型, 根据劳斯稳定性判据预测轴承的稳定性, 并将稳定性与主动控制轴承运行时的刚度和阻尼相关联, 为遏制轴承失稳提供理论基础.

关 键 词: 稳定性; 动态特性系数; 雷诺方程; 有限差分法; 球面气体轴承

中图分类号: V231.96; TH133.37

文献标志码: A

Analysis of dynamic characteristics and stability prediction of spherical spiral groove hybrid gas bearings

JIA Chenhui, PANG Huanjie, QIU Ming

(School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology,
Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: In order to research the spherical spiral groove hybrid gas bearings, the non-linear dynamic lubrication analysis mathematical model of spherical spiral groove hybrid gas bearings was established, based on the parameters of axis instantaneous position and instantaneous displacement speed. The transient perturbation pressure distribution of three-dimensional gas film, stiffness and damping coefficients were numerically computed were solved by using the combination of derivative integration and finite difference method. The influence law of speed, eccentricity ratio and supply pressure on the dynamic characteristics of gas film was researched. The results show that the influence of bearing's supply pressure, speed and eccentricity ratio on the stiffness and damping coefficient of gas film was significant. The prediction model to estimate stability of rotor-bearing system was established, helping to predict the stability of bearings by applying Routh-Hurwitz stability criterion. The research provides the theoretical foundation for controlling actively the bearing running stiffness and damping and stemming the instability of gas film.

收稿日期: 2015-09-29

基金项目: 国家自然科学基金(51475142); 河南省教育厅科技攻关项目(13A460251); 河南省高校科技创新团队支持计划(13IRTSTHN025)

作者简介: 贾晨辉(1970—), 男, 副教授, 博士, 主要从事轴承设计理论、数值优化及仿真、智能计算等. E-mail: xjiachenhui@163.com

通讯作者: 庞焕杰(1987—), 女, 硕士, 研究方向为气体润滑技术研究. E-mail: panghuanjie88@163.com

引用格式: 贾晨辉, 庞焕杰, 邱明. 球面螺旋槽动静压气体轴承的动态特性分析及稳定性预测[J]. 航空动力学报, 2017, 32(6): 1400-1411. JIA Chenhui, PANG Huanjie, QIU Ming. Analysis of dynamic characteristics and stability prediction of spherical spiral groove hybrid gas bearings[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(6): 1400-1411.

Key words: stability; dynamic characteristic coefficients; Reynolds equation; finite difference method; spherical gas bearings

动静压气体轴承在转子启停阶段,将外部的高压气体经节流器导入轴承间隙中形成静压承载,当转子高速旋转时,利用轴承的动压效应形成动压承载能力,具有摩擦小、寿命长、振动小等优点,广泛应用于航空航天的高速旋转机械领域中^[1-3].球面螺旋槽气体轴承具有回转精度高、结构紧凑、旋转时动压效应显著、可提供三自由度的低摩擦运动等优点^[4-5],然而,对此类气体轴承的动态特性、运转稳定性研究很少.

通过改变气体轴承动态特性系数,可直接影响转子的动力学行为及其运转稳定性.气膜的刚度和阻尼系数可以反映气膜的动态特性,同时也是分析轴承-转子系统的临界转速和运转稳定性的重要参数^[6-8].

求解雷诺方程是分析气体轴承的动、静态特性及其运转稳定性常用的方法.但是,雷诺方程求解困难,不易求出精确的解析解,采用数值

方法求解雷诺方程被一些学者提出.目前人们应用有限差分法、有限元法和有限体积法等数值计算方法求解结构单一或几何结构规则的气体轴承(如柱面气体轴承)、纯动压气体轴承以及静压气体轴承^[9].本文采用导数积分法与有限差分法相结合,数值求解复杂曲面结构的动静压气体轴承非线性雷诺方程,研究球面螺旋槽动静压气体轴承气膜瞬态动力学行为,预测气体轴承的稳定性状态.

1 球面螺旋槽动静压气体轴承

图 1 为球面螺旋槽动静压气体轴承的结构图示,图中 β 是螺旋角; ω 是转子转速; θ_0 是出气端角度; θ_1 是螺旋槽起始角度; θ_2 是进气端角度; h_0 是台域内的气膜间隙; p_s 是节流孔的供气压力; b_t 是螺旋槽台宽; b_g 是螺旋槽槽宽; h_g 是螺旋槽槽深.后面用到的参数与图 1 中相对应.

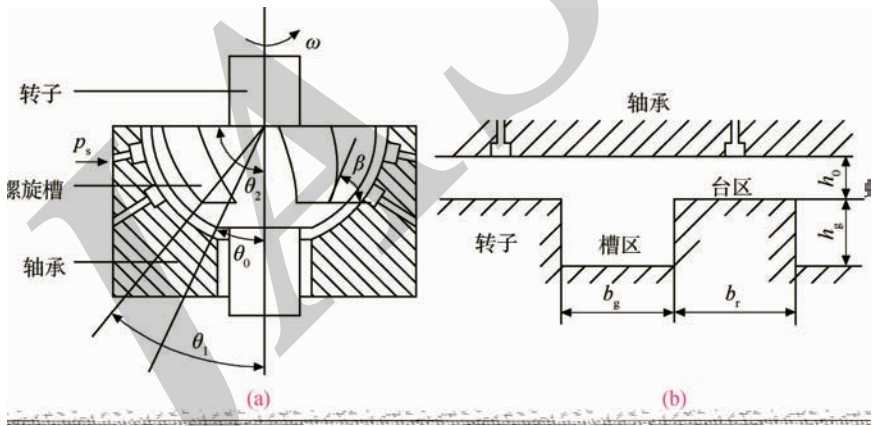


图 1 球面螺旋槽动静压气体轴承剖面示意图

Fig. 1 Schematic diagram of section of spherical spiral groove hybrid gas bearings

2 球面螺旋槽动静压气体轴承润滑分析数学模型

结合以气体润滑运动方程、气体状态方程、连续性方程、以及节流孔质量流量方程为基础,推导出球面螺旋槽动静压气体轴承非线性无量纲雷诺方程^[10-15]

$$\sin\alpha \frac{\partial}{\partial\alpha} \left[\sin\alpha H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial\alpha} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial\phi} \left[H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial\phi} \right) \right] + Q\delta_k =$$
$$2\Delta\sin^2\alpha \frac{\partial}{\partial\phi} (pH) + 2\sigma\sin^2\alpha \frac{\partial}{\partial t} (pH) \quad (1)$$

$$\delta_k = \begin{cases} 0, & \text{在无节流孔处} \\ 1, & \text{在有节流孔处} \end{cases}$$
$$\Lambda = \frac{6\mu\omega R_0^2}{p_a h_0^2} \quad \sigma = \frac{12\mu R_0^2}{h_0^2 p_a}$$

式中 R_0 为轴承半径; μ 为气体黏度; H 为气膜厚度; p 为气膜压力; α 为 z 轴与球面上网格点和球中心连线之间的夹角; ϕ 为沿轴承周向的坐标; p_a 为标准大气压; Q 为由节流孔引入的气体质量流量因子.

$$Q = \frac{24\mu R_0^2 \sin^2\theta}{\rho_a p_a h_0^3} \rho \bar{v} \quad (2)$$

$$\rho \bar{v} R_0^2 \sin \theta d \theta d \phi = \dot{m}_i \quad (3)$$

式中 $\bar{v}$ 为从节流孔进入微元体下表面的速度。

节流孔的质量流量方程

$$\dot{m}_i = \phi_{\text{orifice}} p_s A_{\text{orifice}} \sqrt{\frac{2 \rho_a}{p_a}} \psi_i \quad (4)$$

质量流量函数

$$\psi_i = \begin{cases} \left[\frac{\kappa}{\kappa-1} (\beta_i^{2/\kappa} - \beta_i^{(\kappa+1)/\kappa}) \right]^{1/2}, & \frac{p_d}{p_s} > \beta_k \\ \left[\frac{\kappa}{2} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{(\kappa+1)/(\kappa-1)} \right]^{1/2}, & \frac{p_d}{p_s} \leq \beta_k \end{cases} \quad (5)$$

临界压力比

$$\beta_k = \frac{p_c}{p_s} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (6)$$

式中 p_d 为节流孔后端压力; p_c 为节流孔后端的临界压力; κ 为绝热比; ϕ_{orifice} 为小孔质量流量系数; ρ_a 为空气密度; $\dot{m}_i$ 为流进第 i 个节流孔的质量流量; A_{orifice} 为节流孔横截面积。

雷诺方程(式(1))求解困难,为了便于求解,需要对雷诺方程进行保角变换。其中,保角变换公式取 $\xi = \ln[\tan(\alpha/2)]$, 将其带入式(1)后,方程化简为求解域为标准矩形的无量纲雷诺方程。当 $\alpha = 0^\circ$ 时保角变换不存在,对于本文研究的轴承不存在 $\alpha = 0^\circ$ 的情况,故可直接变换^[16]。轴颈偏离静平衡位置时气膜力的变化情况可通过气膜的动态特性反映。分析气膜的动态特性及其稳定性应以非定常状态的雷诺方程作为分析、计算的基础。将式(1)转化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial \phi} \right) \right] + Q \delta_k = \\ 2\Delta\gamma \frac{\partial}{\partial \phi} (pH) + 2\sigma\gamma h_0 \omega p [(\dot{\epsilon} \cos \phi + \epsilon \dot{\theta} \sin \phi) \sin \alpha - \dot{\epsilon}_1 \cos \alpha] \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\dot{\epsilon}$ 为沿坐标系无量纲径向偏心距方向的速度; $\dot{\theta}$ 为无量纲偏位角速度; $\dot{\epsilon}_1$ 为轴心沿坐标系轴向方向的无量纲速度。

3 轴承动态特性系数的求解

3.1 扰动压力控制方程

求出气膜的 6 个扰动压力是求解气膜动态特性系数的关键。关于求解 6 个扰动压力的控制方程,通过采用偏导数法^[17]对式(7)求导可推导出。求解域划分为连续区域(包含节流孔区域)、不连续区域两种情况。通过求解节流孔区域雷诺方程为例,推导出扰动压力控制方程。将式(7)对无量

纲径向偏心率 ϵ 求偏导。

等式左边第 1 项为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial \xi} \right) \right] \right\} = \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(H^3 \frac{\partial^2 p^2}{\partial \xi \partial \epsilon} \right) + 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\partial^2 p^2}{\partial \xi^2} + \\ \left(3H^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \epsilon \partial \xi} + 6H \frac{\partial H}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) \frac{\partial p^2}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (8)$$

等式左边第 2 项为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left\{ \frac{\partial}{\partial \phi} \left[H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial \phi} \right) \right] \right\} = \\ \frac{\partial}{\partial \phi} \left(H^3 \frac{\partial^2 p^2}{\partial \phi \partial \epsilon} \right) + 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\partial^2 p^2}{\partial \phi^2} + \\ \left(3H^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \epsilon \partial \phi} + 6H \frac{\partial H}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\partial H}{\partial \phi} \right) \frac{\partial p^2}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (9)$$

等式左边第 3 项为

$$\frac{\partial Q}{\partial \epsilon} = 0 \quad (10)$$

等式右边第 1 项为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(2\Delta\gamma \frac{\partial pH}{\partial \phi} \right) = \\ 2\Delta\gamma \frac{\partial}{\partial \phi} \left(p \frac{\partial H}{\partial \epsilon} \right) + 2\Delta\gamma \frac{\partial}{\partial \phi} \left(H \frac{\partial H}{\partial \epsilon} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

等式右边第 2 项为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \{ 2\sigma\gamma h_0 \omega p [(\dot{\epsilon} \cos \phi + \epsilon \dot{\theta} \sin \phi) \sin \alpha - \dot{\epsilon}_1 \cos \alpha] \} = \\ 2\sigma\gamma h_0 \omega \{ [(\dot{\epsilon} \cos \phi + \epsilon \dot{\theta} \sin \phi) \sin \alpha - \dot{\epsilon}_1 \cos \alpha] \frac{\partial p}{\partial \epsilon} + \\ p \dot{\theta} \sin \phi \sin \alpha \} \end{aligned} \quad (12)$$

因静态控制方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[H^3 \left(\frac{\partial p^2}{\partial \phi} \right) \right] + Q = \\ 2\Delta\gamma \frac{\partial}{\partial \phi} (PH) \end{aligned} \quad (13)$$

将式(13)变形为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial \xi^2} = \frac{2\Delta\gamma}{H^3} \cdot \frac{\partial pH}{\partial \phi} - \frac{3}{H} \left(\frac{\partial p^2}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial H}{\partial \phi} \right) - \\ \frac{3}{H} \left(\frac{\partial p^2}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \frac{Q}{H^3} \end{aligned} \quad (14)$$

准确计算无量纲气膜厚度是求解各网格点扰动压力的关键。由于球面螺旋槽动静压气体轴承气膜厚度的不连续性,在台区和槽区的气膜厚度方程要分别计算。

台区的无量纲气膜厚度为

$$H = 1 - \epsilon_1 \cos \alpha - \epsilon \sin \alpha \cos(\phi - \theta) \quad (15)$$

槽区的无量纲气膜厚度为

$$H = 1 - \epsilon_1 \cos \alpha - \epsilon \sin \alpha \cos(\phi - \theta) + H_b \quad (16)$$

式中 θ 为偏位角; H_b 为无量纲槽深; ϵ 为无量纲径向偏心率; ϵ_1 为无量纲轴向偏心率。

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial p^2}{\partial \epsilon} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[H^3 \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial p^2}{\partial \epsilon} \right) \right] = \frac{6\Lambda\gamma \sin\alpha \cos(\phi - \theta)}{H} \cdot \frac{\partial(pH)}{\partial \phi} -$$

$$3H \sin\alpha \left[\cos(\phi - \theta) \frac{\partial H}{\partial \phi} + H \sin(\phi - \theta) \right] \frac{\partial p^2}{\partial \phi} - 3H \sin\alpha \cos(\phi - \theta) \{ [-\epsilon \cos\alpha \cos(\phi - \theta) + \epsilon_1 \sin\alpha] \sin\alpha - H \cos\alpha \} \frac{\partial p^2}{\partial \xi} + 2\Lambda\gamma \frac{\partial}{\partial \phi} [-p \sin\alpha \cos(\phi - \theta) + H p_\epsilon] + 2\sigma\gamma h_0 \omega \dot{\theta} \sin\phi \sin\alpha p + 2\sigma\gamma h_0 \omega \delta p_\epsilon - \sin\alpha \cos(\phi - \theta) \frac{3Q}{H} \quad (17)$$

同理,可推导出关于 $p_\theta, p_{\epsilon_1}, p_\epsilon, p_\delta, p_{\epsilon_1}$ 的扰动控制方程。

3.2 广义坐标系下扰动压力数值计算

利用有限差分法,通过对扰动控制方程式(17)离散化,进而推导出扰动压力的差分表达式。划分求解域网格时,为了减少误差并提高计算精度,网格线须划分在槽台交界线上^[18],如图2所示,图中 ϕ, ξ 为直角坐标系下的圆周方向、径向方向坐标。在 x 方向均匀划分 m 个网格, i 的编号

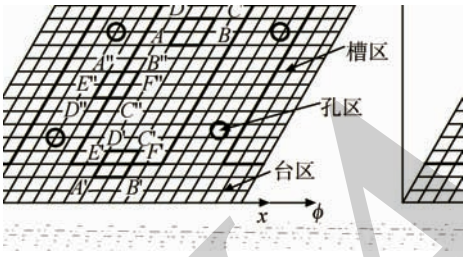


图2 求解域内网格划分

Fig. 2 Mesh generation in solution area

对气膜厚度方程关于 ϵ, ϕ, ξ 求偏导,并联立式(8)~式(14)可得到关于 p_ϵ 的扰动控制方程为

从0到 m ,每个网格长度为 Δx ;在 y 方向均匀划分 n 个网格 j 的编号从0到 n ,每个网格长度为 Δy 。

以求解小孔区域为例,如图3所示,采用有限差分法对扰动控制方程的离散化步骤如下:①在平行四边形 $ABCD$ 区域先对式(17)进行面积分;②利用格林公式,推导出区域 $C_{i,j}$ 上的线积分;③对线积分式采用有限差分法进行离散化处理,推导出在广义坐标系下扰动压力的差分表达式

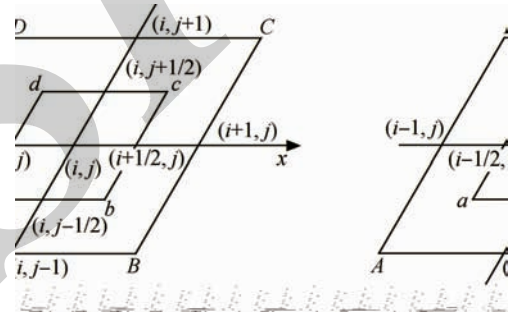


图3 气膜厚度连续区域的网格

Fig. 3 Grid of continuous region of gas film thickness

$$(p_\epsilon)_{i,j} = \frac{A_{i,j}(p_\epsilon)_{i+1,j} + B_{i,j}(p_\epsilon)_{i-1,j} + C_{i,j}(p_\epsilon)_{i,j+1} + D_{i,j}(p_\epsilon)_{i,j-1} + (F_1)_{i,j}}{E_{i,j}} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{i,j} &= -2H_{i+1/2,j}^3 p_{i+1,j} \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - (H_{i,j-1/2}^3 - H_{i,j+1/2}^3) p_{i+1,j} \frac{\cos\beta}{\sin\beta} \\ B_{i,j} &= -2H_{i-1/2,j}^3 p_{i-1,j} \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} + (H_{i,j-1/2}^3 - H_{i,j+1/2}^3) p_{i-1,j} \frac{\cos\beta}{\sin\beta} \\ C_{i,j} &= -2H_{i,j+1/2}^3 p_{i,j+1} \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - (H_{i-1/2,j}^3 - H_{i+1/2,j}^3) p_{i,j+1} \frac{\cos\beta}{\sin\beta} \\ D_{i,j} &= -2H_{i,j-1/2}^3 p_{i,j-1} \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} + (H_{i-1/2,j}^3 - H_{i+1/2,j}^3) p_{i,j-1} \frac{\cos\beta}{\sin\beta} \\ E_{i,j} &= -2(H_{i-1/2,j}^3 + H_{i+1/2,j}^3) p_{i,j} \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - 2(H_{i,j-1/2}^3 + H_{i,j+1/2}^3) p_{i,j} \frac{1}{\sin\beta} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta y} + \\ &\quad \Lambda\gamma(H_{i-1/2,j}^3 + H_{i+1/2,j}^3) \sin\beta \Delta y + 2\sigma\gamma h_0 \omega \delta (\Delta x + \Delta y \cos\beta) \Delta y \sin\beta \\ (F_1)_{i,j} &= 6\Lambda\gamma \sin\alpha \cos(\phi - \theta) \Delta y \sin\beta p_{i,j} - \frac{3}{4} (H_{i-1/2,j} + H_{i+1/2,j}) \sin\alpha \sin(\phi - \theta) \cdot \\ &\quad [2\cos(\phi - \theta) \epsilon \sin\alpha + (H_{i-1/2,j} + H_{i+1/2,j})] p_{i,j}^2 \sin\beta \Delta y + 3 \frac{H_{i,j+1/2} + H_{i,j-1/2}}{2} \sin\alpha \cos(\phi - \theta) \cdot \\ &\quad \{ [-\epsilon \cos\alpha \cos(\phi - \theta) - \epsilon_1 \sin\alpha] \sin\alpha - \frac{H_{i,j+1/2} + H_{i,j-1/2}}{2} \cos\alpha \} p_{i,j}^2 \Delta x + 3 \frac{H_{i-1/2,j} + H_{i+1/2,j}}{2} \cdot \end{aligned}$$

$$\sin\alpha\cos(\phi-\theta)\{-\epsilon\cos\alpha\cos(\phi-\theta)+\epsilon_1\sin\alpha\}\sin\alpha-\frac{H_{i-1/2,j}+H_{i+1/2,j}}{2}\cos\alpha\}p_{i,j}^2\Delta y\cos\beta+2\Delta\gamma[-p_{i,j}\sin\alpha\sin(\phi-\theta)]\Delta y\sin\beta+2\sigma\gamma h_0\omega\dot{\theta}\sin\phi\sin\alpha p_{i,j}(\Delta x+\Delta y\cos\beta)\Delta y\sin\beta-\sin\alpha\cos(\phi-\theta)\frac{6Q}{H_{i+1/2,j}+H_{i-1/2,j}}\Delta y\sin\beta(\Delta x+\Delta y\cos\beta)$$

同理可以求出 $p_\theta, p_{\epsilon_1}, p_\epsilon, p_\theta, p_{\epsilon_1}$ 广义坐标系下的差分表达式。

求解域内气膜扰动压力分布的边界条件

大气边界条件

$$p_\epsilon(\alpha_2) = p_\epsilon(\alpha_1) = 0 \quad (19)$$

$$p_{(\epsilon)i,j}^k = p_{(\epsilon)i,j}^{k-1} - \lambda \left\{ p_{(\epsilon)i,j}^{k-1} - \left[\frac{A_{i,j}(p_{\epsilon}^{k-1})_{i+1,j} + B_{i,j}(p_{\epsilon}^k)_{i-1,j} + C_{i,j}(p_{\epsilon}^{k-1})_{i,j+1} + D_{i,j}(p_{\epsilon}^k)_{i,j-1} + (F_1)_{i,j}}{E_{i,j}} \right] \right\} \quad (20)$$

式中 λ 为松弛因子,一般可在 0.1~2 之间选取; k 为迭代次数。

同理可以求出扰动压力 $p_\theta, p_{\epsilon_1}, p_\epsilon, p_\theta, p_{\epsilon_1}$ 。

连续与不连续区域的扰动压力求解方法相同。

3.3 数值计算气膜刚度和阻尼系数

假设在 ϕ, ξ, z 方向,轴心偏离静平衡位置 O ,如图 4 所示。

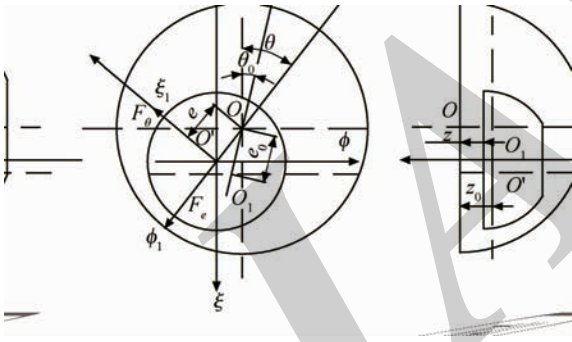


图 4 动态受力图

Fig. 4 Dynamic force analysis

轴心在静平衡位置 O 时,气膜压力分布表示为

$$p_0 = p(\phi, \xi, z; e_0, \theta_0, z_0; 0, 0, 0) \quad (22)$$

轴心动态压力分布表示为

$$p = p(\phi, \xi, z; e, \theta, z; \dot{e}, \dot{\theta}, \dot{z}) \quad (23)$$

将气膜的动态压力 p 分布在静平衡位置的周围,展开为轴心偏离静平衡位置的泰勒级数(略去 2 阶以上小项),其关于瞬时位移和瞬时变位速度的方程

$$p = p_0 + p_e\Delta e + p_\theta(e\Delta\theta) + p_z\Delta z + p_{\dot{e}}\Delta\dot{e} + p_{\dot{\theta}}e\Delta\dot{\theta} + p_{\dot{z}}\Delta\dot{z} \quad (24)$$

式中 $(\Delta e = e - e_0, e\Delta\theta = e(\theta - \theta_0), \Delta z = z - z_0)$, $p_e, p_\theta, p_z, p_{\dot{e}}, p_{\dot{\theta}}, p_{\dot{z}}$ 分别表示 p 分布随 $\Delta e, e\Delta\theta, \Delta z, \Delta\dot{e}, e\Delta\dot{\theta}, \Delta\dot{z}$ 变化的比率,称为扰动压力。

对称边界条件

$$\left. \frac{\partial p_\epsilon}{\partial \phi} \right|_\phi = \left. \frac{\partial p_\epsilon}{\partial \phi} \right|_{\phi+2\pi} \quad (20)$$

采用松弛迭代法对式 (18) 求解可得扰动

压力 p_ϵ

对式 (23) 作周向和径向的积分,可推导出轴心偏离静平衡位置作微小运动时的非线性气膜力

$$\begin{cases} F_e = R_0^2 \int_{\pi/2}^{\theta_0} \int_0^{2\pi} p \cos \phi \sin^2 \alpha d\phi d\alpha \\ F_\theta = R_0^2 \int_{\pi/2}^{\theta_0} \int_0^{2\pi} p \sin \phi \sin^2 \alpha d\phi d\alpha \\ F_z = R_0^2 \int_{\pi/2}^{\theta_0} \int_0^{2\pi} p \cos \alpha \sin \alpha d\phi d\alpha \end{cases} \quad (25)$$

气膜的压力分布构成气膜力,因此通过求出气膜的扰动压力即可求出气膜的动态特性系数,对式 (25) 两边求导可得

$$\frac{\partial F_i}{\partial S_j} = -R_0^2 \frac{\partial}{\partial S_j} \int_{\pi/2}^{\theta_0} \int_0^{2\pi} p f_i d\phi d\alpha \quad (26)$$

式中 S_j 代表某个方向的位移扰动, $f_e = \cos \phi \sin^2 \alpha$ (对于 F_e), $f_\theta = \sin \phi \sin^2 \alpha$ (对于 F_θ), $f_z = \cos \phi \sin \alpha$ (对于 F_z)。

取无量纲刚度 $K_{ij} = k_{ij} / (p_a R_0^2)$, 无量纲阻尼系数 $B_{ij} = b_{ij} / (p_a R_0^2)$, 气膜的无量纲刚度和阻尼系数的计算公式

$$\begin{bmatrix} K_{ei} \\ K_{\theta i} \\ K_{zi} \end{bmatrix} = - \int_{\pi/2}^{\theta_0} \int_0^{2\pi} p_j \begin{bmatrix} \cos \phi \sin^2 \alpha \\ \sin \phi \sin^2 \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha \end{bmatrix} d\phi d\alpha \quad (27)$$

式中 $(i, j) = (e, \epsilon), (\theta, \theta), (z, \epsilon_1)$;

$$\begin{bmatrix} B_{ei} \\ B_{\theta i} \\ B_{zi} \end{bmatrix} = - \int_{\pi/2}^{\theta_0} \int_0^{2\pi} p_j \begin{bmatrix} \cos \phi \sin^2 \alpha \\ \sin \phi \sin^2 \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha \end{bmatrix} d\phi d\alpha \quad (28)$$

式中 $(i, j) = (e, \dot{\epsilon}), (\theta, \dot{\theta}), (z, \dot{\epsilon}_1)$;

编制计算程序,求解球面螺旋槽动静压气体轴承的静态及动态特性。表 1 为研究轴承的结构、运行及气体参数。图 5 为计算流程图。图 6 为无量纲径向偏心率 $\epsilon = 0.3$, 转速 $N = 20\,000 \text{ r/min}$, $p_s = 0.3 \text{ MPa}$ 时球面螺旋槽动静压气体轴承内的稳态气膜压力分布情况。

表 1 球面螺旋槽动静压气体轴承的设计参数

Table 1 Design parameters of spherical spiral groove hybrid gas bearings

参数	数值	参数	数值	参数	数值
轴承半径 R_0/mm	4.8	槽深 $h_g/\mu\text{m}$	1.8	气体黏度 $\mu/10^{-5}(\text{Pa}\cdot\text{s})$	1.82
台域内气膜间隙 h_0/mm	0.0012	槽宽 $b_g/\mu\text{m}$	28.8	绝热比 κ	1.4
节流孔直径 d_1/mm	0.2	台宽 $b_r/\mu\text{m}$	43.2	螺旋槽起始角度 $\theta_1/(^{\circ})$	47
节流孔个数(两排) n	12	小孔质量流量系数 ϕ_{orifice}	0.8	出气端角度 $\theta_0/(^{\circ})$	25
螺旋角 $\beta/(^{\circ})$	60	大气压强 p_a/MPa	0.1	进气端角度 $\theta_2/(^{\circ})$	90
槽数 N_g	6	空气密度 $\rho_a(\text{kg}/\text{m}^3)$	1.204		

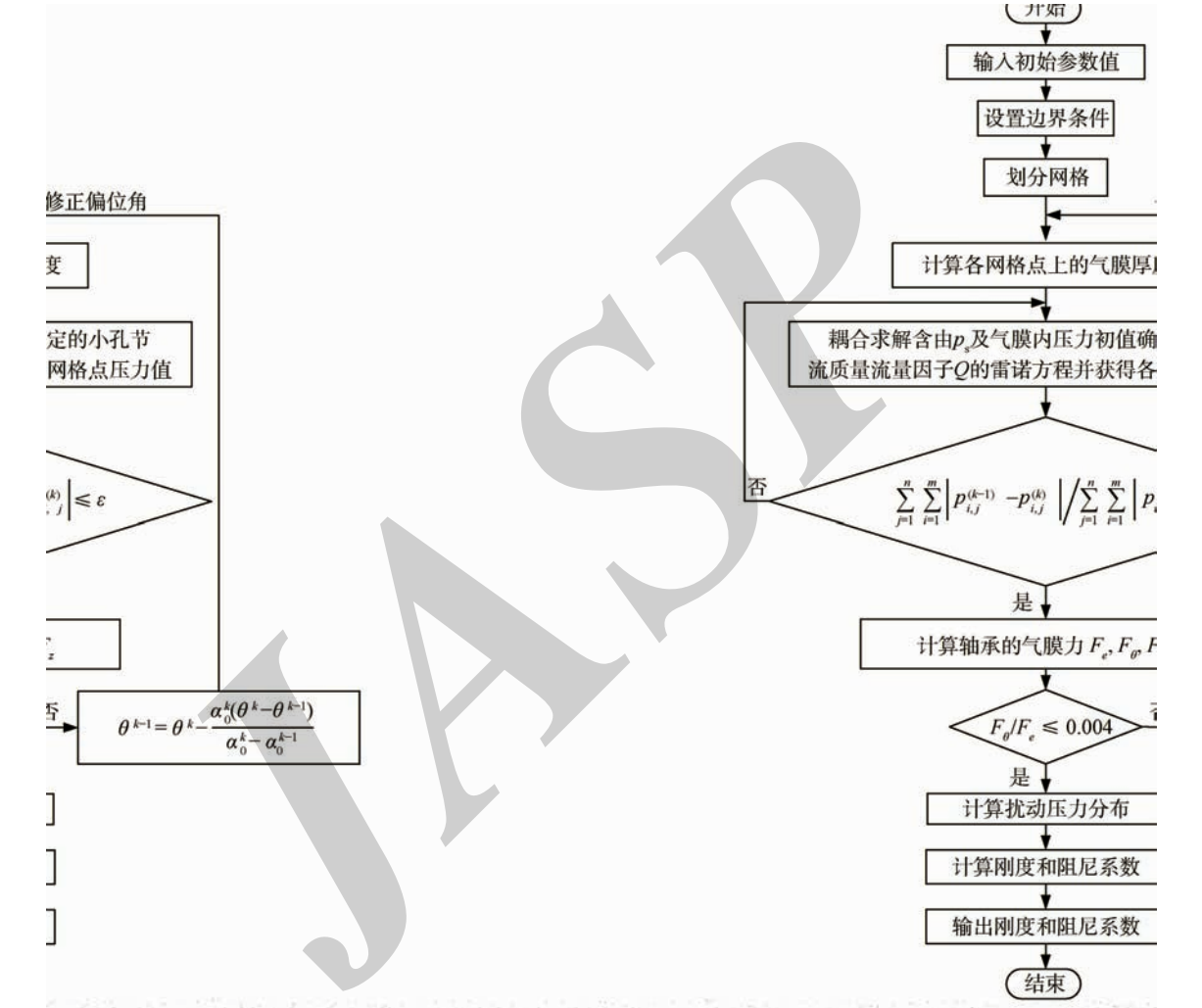


图 5 轴承刚度和阻尼系数计算流程图

Fig. 5 Flow chart of calculation for stiffness and damping coefficient of bearing

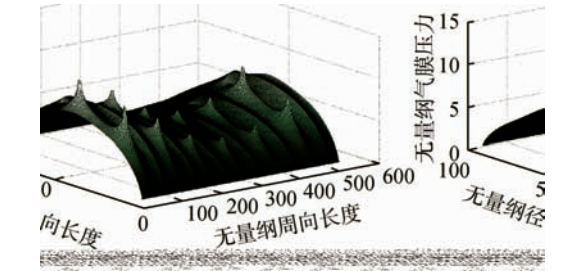


图 6 静态无量纲气膜压力分布图

Fig. 6 Non-dimensional static gas film pressure distribution

4 轴承刚度和阻尼系数的数值仿真分析及实验验证

在供气压力 $p_s=0.3\text{ MPa}$, 转速 $N=10\,000\text{ r/min}$ 和 $N=20\,000\text{ r/min}$ 下, 图 7 是轴承刚度和阻尼系数随无量纲径向偏心率 ϵ 的变化曲线。

分析轴承刚度变化曲线, 从图 7(a)~图 7(c) 可以看出

- 1) 相同偏心率下,随着转速的增加,除 $K_{z\theta}$ 外,刚度逐渐增加。
- 2) 相同转速下,随着偏心率的增加,除 K_{ee} , $K_{\theta e}$, $K_{e\theta}$, K_{ze} 外,刚度逐渐增加。
- 3) 偏心率对刚度的影响较小。
- 4) 随着转速的增大,主刚度 K_{ee} , $K_{\theta\theta}$, K_{zz} 明显增大,其他刚度也逐渐增大,但增大较弱。

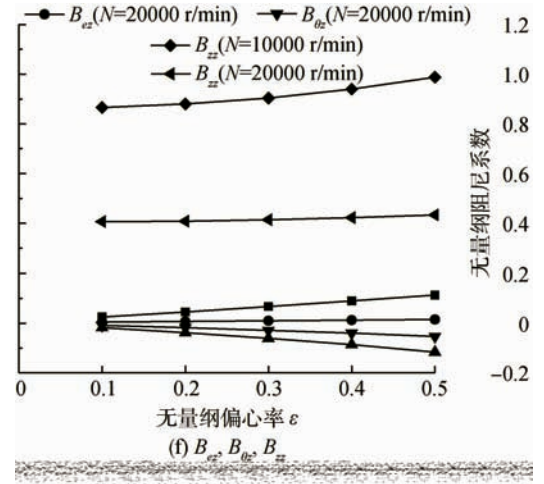
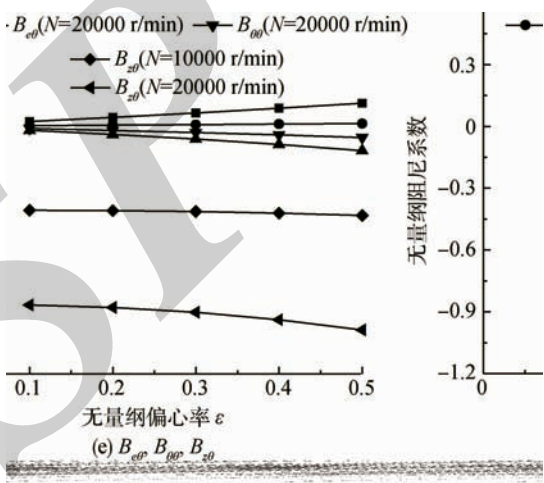
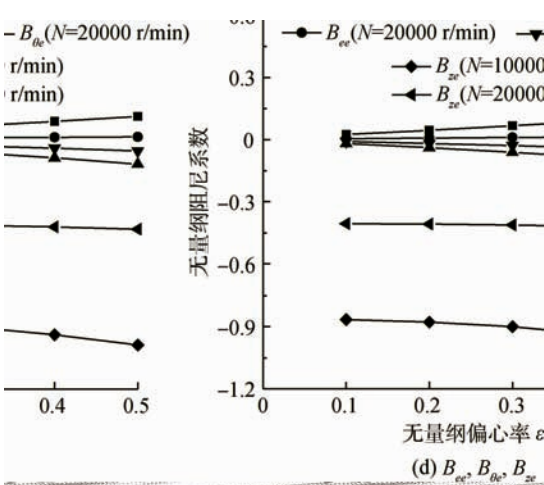
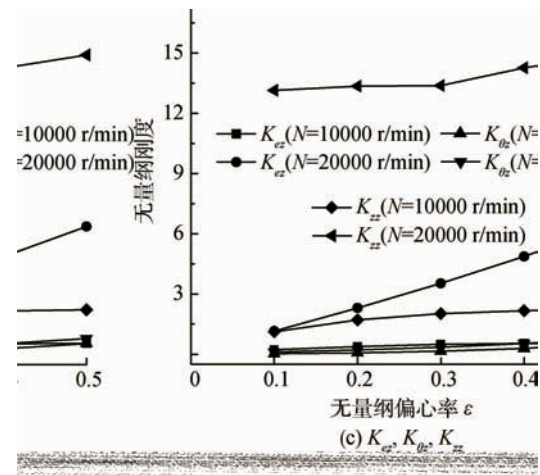
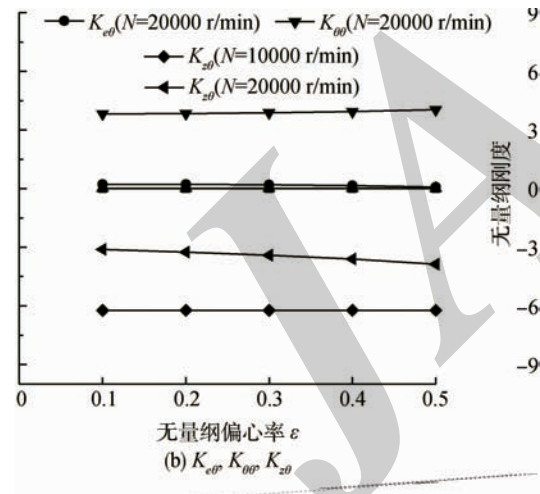
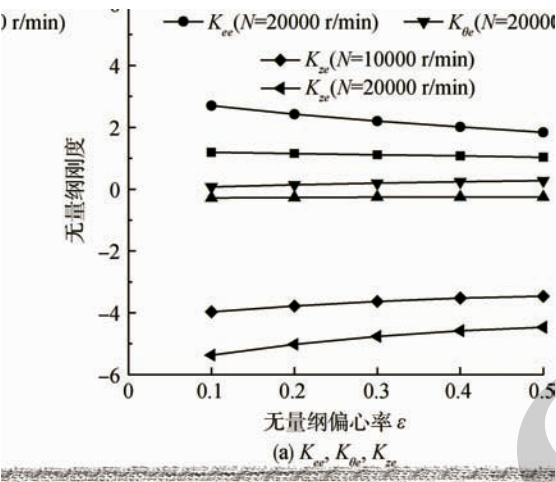


图 7 刚度和阻尼系数与转速和偏心率的关系
Fig. 7 Variation law of the stiffness and damping coefficient with speed and eccentricity ratio

分析轴承阻尼系数变化曲线,由图 7(d)~图 7(f)可得:①相同转速下,随着偏心率的增大,阻尼系数随之增大;②相同偏心率下,随着转速的增大,阻尼系数随之减小;③转速的改变,对阻尼系

数 B_{xe} , B_{zd} , B_{ze} 的影响较大。

图 8 是转速 $N=20\,000\text{ r/min}$, 供气压力分别为 0.3 MPa 和 0.5 MPa , 随无量纲径向偏心率 ε 的增大, 轴承刚度和阻尼系数的变化曲线。

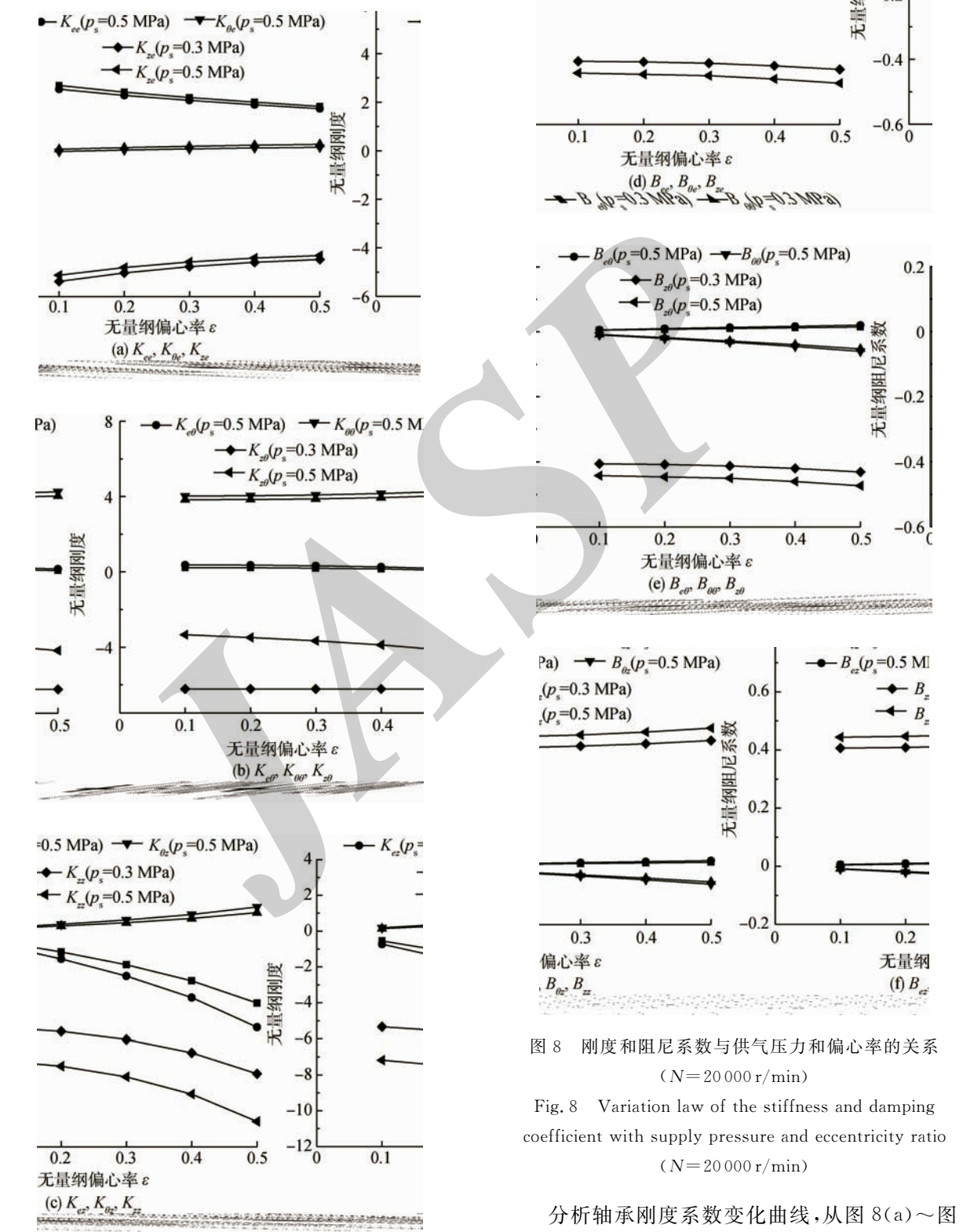


图 8 刚度和阻尼系数与供气压力和偏心率的关系
($N=20\,000\text{ r/min}$)

Fig. 8 Variation law of the stiffness and damping coefficient with supply pressure and eccentricity ratio
($N=20\,000\text{ r/min}$)

分析轴承刚度系数变化曲线,从图 8(a)~图 8(c)可以看出:①同一供气压力下,随着偏心率

的增大,除 $K_{ee}, K_{e\theta}, K_{ze}$ 外,刚度逐渐增加;②同一偏心率下,随着供气压力的增大,除 $K_{ee}, K_{\theta e}, K_{ze}$ 外,刚度逐渐增大;供气压力对刚度 $K_{z\theta}, K_{zz}$ 的影响较大。

分析轴承阻尼系数变化曲线,由图 8(d)~图 8(f)可得:①相同供气压力下,随着偏心率的增大,阻尼系数随之增加;②相同偏心率下,随着供气压力的增大,阻尼系数随之增大;③供气压力的改变,对阻尼系数 $B_{ze}, B_{z\theta}, B_{zz}$ 的影响较大。

图 9 是采用单频复合激振法,测轴心偏离平衡位置时力和位移响应数据的实验原理图。建立气膜力增量的线性模型和轴承实际气膜力的表达式,根据最小二乘原理,气膜力的模型输出和实测值之间存在最小的误差平方和。因动态特性系数是一次的,因此求误差平方和最小值问题可转化为求多元函数的最小值。由此可得到动态特性系数与位移、速度、加速度、激振力的线性方程组。对某一激振频率下测得的 n 组关于轴承位移和激振力的数据,可根据中心差分法求得速度和加速度,最后得到动态特性系数。

在供气压力 $p_s=0.3\text{ MPa}$,转速 $N=10\,000\text{ r/min}$ 和 $N=20\,000\text{ r/min}$ 时,图 10 是随偏心率 ε 变化,气膜刚度和阻尼系数的实验结果与数值仿真结果对比图。结果表明理论计算值和实验数据很接近,同时存在一定的误差。然而,除了计算程序自身以外,产生误差的原因仍有:收敛精度和网格数的选择对计算结果也有一定的影响;实验轴

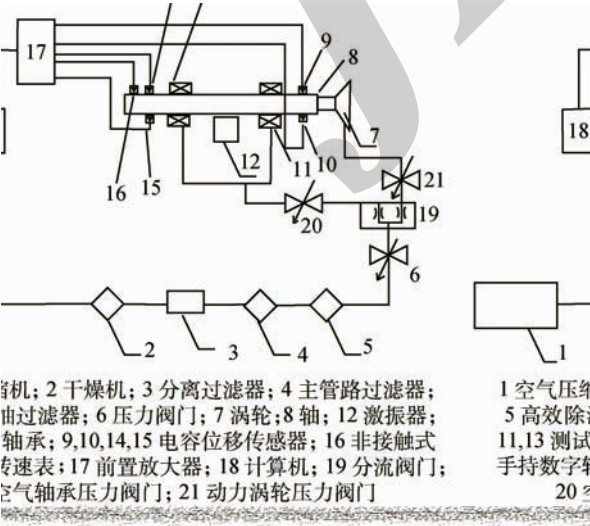
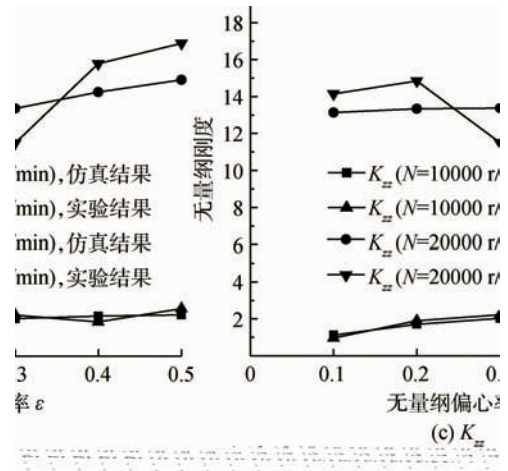
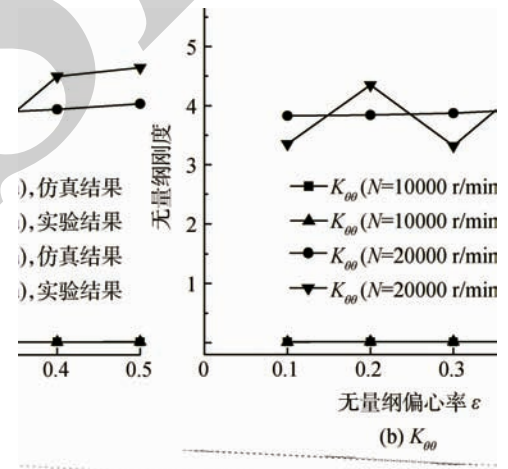
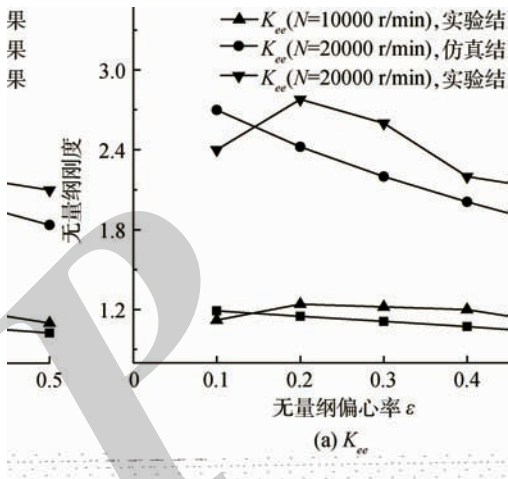


图 9 实验测试系统示意图

Fig. 9 Schematic diagram of experimental measurement system

承加工时候存在加工误差以及轴承在转配时存在装配误差,可能导致实验结果与数值计算结果有一定的误差。实验数据与数值计算结果吻合性较高,两者误差不超过 15%,验证了基于导数积分法与有限差分法相结合的计算方法的正确性和有效性。



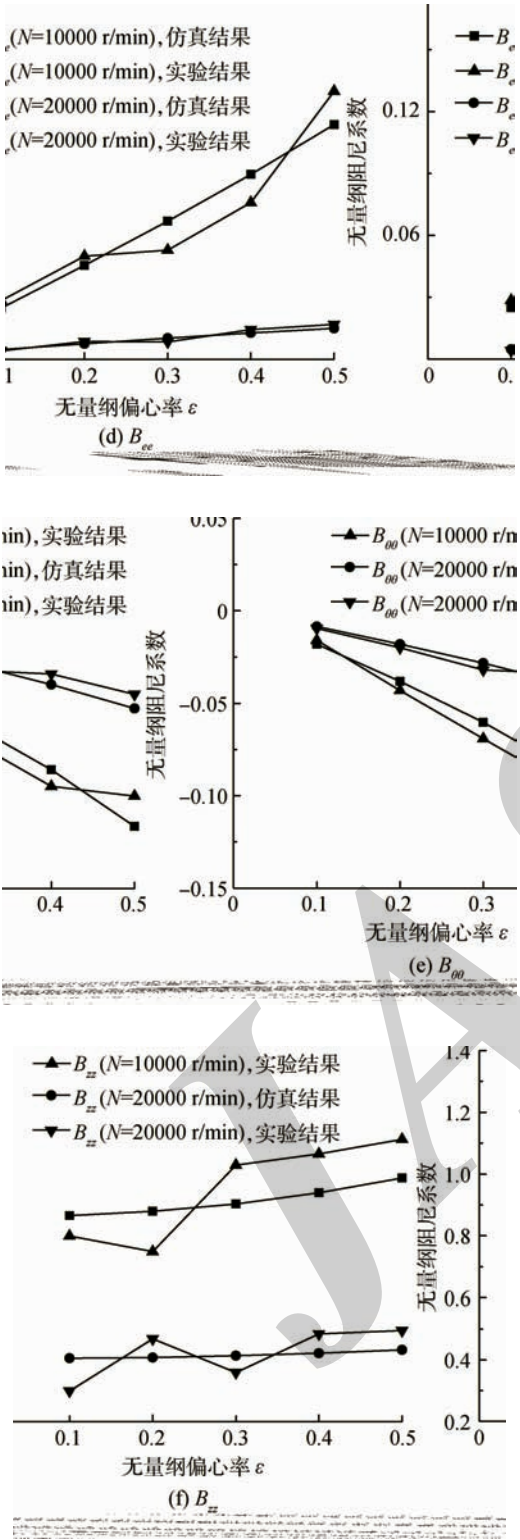


图 10 刚度和阻尼系数的实验结果与数值仿真结果对比
Fig. 10 Comparison of stiffness and damping coefficient between experiment and numerical simulation results

5 轴承转子系统稳定性判定

本文所考虑的转子模型是刚性转子,转子围绕静平衡位置作小幅度涡动。轴承转子中心在 ϕ , ξ , z 方向上偏离静平衡位置的瞬时运动参数为

Δe , $e\Delta\theta$, Δz , $\Delta\dot{e}$, $e\Delta\dot{\theta}$, $\Delta\dot{z}$, $\Delta\ddot{e}$, $e\Delta\ddot{\theta}$, $\Delta\ddot{z}$. 相应的非线性气膜力增量为 ΔF_e , ΔF_θ , ΔF_z . 轴承转子系统的动力学方程为

$$\begin{cases} m\ddot{e} + \Delta F_e = 0 \\ m\ddot{e}\dot{\theta} + \Delta F_\theta = 0 \\ m\ddot{z} + \Delta F_z = 0 \end{cases} \quad (29)$$

气膜力增量与瞬时运动参数、气膜的刚度和阻尼系数之间的关系

$$\begin{cases} \Delta F_e = k_{ee}\Delta e + k_{e\theta}e\Delta\theta + k_{ez}\Delta z + b_{ee}\Delta\dot{e} + b_{e\theta}e\Delta\dot{\theta} + b_{ez}\Delta\dot{z} \\ \Delta F_\theta = k_{\theta e}\Delta e + k_{\theta\theta}e\Delta\theta + k_{\theta z}\Delta z + b_{\theta e}\Delta\dot{e} + b_{\theta\theta}e\Delta\dot{\theta} + b_{\theta z}\Delta\dot{z} \\ \Delta F_z = k_{ze}\Delta e + k_{z\theta}e\Delta\theta + k_{zz}\Delta z + b_{ze}\Delta\dot{e} + b_{z\theta}e\Delta\dot{\theta} + b_{zz}\Delta\dot{z} \end{cases} \quad (30)$$

联立式(29)、式(30)得

$$\begin{cases} m\ddot{e} + k_{ee}\Delta e + k_{e\theta}e\Delta\theta + k_{ez}\Delta z + b_{ee}\Delta\dot{e} + b_{e\theta}e\Delta\dot{\theta} + b_{ez}\Delta\dot{z} = 0 \\ m\ddot{e}\dot{\theta} + k_{\theta e}\Delta e + k_{\theta\theta}e\Delta\theta + k_{\theta z}\Delta z + b_{\theta e}\Delta\dot{e} + b_{\theta\theta}e\Delta\dot{\theta} + b_{\theta z}\Delta\dot{z} = 0 \\ m\ddot{z} + k_{ze}\Delta e + k_{z\theta}e\Delta\theta + k_{zz}\Delta z + b_{ze}\Delta\dot{e} + b_{z\theta}e\Delta\dot{\theta} + b_{zz}\Delta\dot{z} = 0 \end{cases} \quad (31)$$

根据假设涡动幅值很小,为了便于分析,假设轴承转子与轴套的涡动为简谐运动,对于式(31),其解的一般形式为

$$\begin{cases} \Delta e = e_0 e^{vt} \\ e\Delta\theta = \theta_0 e^{vt} \\ \Delta z = z_0 e^{vt} \end{cases} \quad (32)$$

式中 v 是特征值, $v = u + iw$; e_0 , θ_0 , z_0 是振动幅值(mm); t 为时间(s).

将式(32)带入式(31)中得

$$\begin{cases} (mv^2 + b_{ee}v + k_{ee})e_0 + (b_{e\theta}v + k_{e\theta})\theta_0 + (b_{ez}v + k_{ez})z_0 = 0 \\ (b_{\theta e}v + k_{\theta e})e_0 + (mv^2 + b_{\theta\theta}v + k_{\theta\theta})\theta_0 + (b_{\theta z}v + k_{\theta z})z_0 = 0 \\ (b_{ze}v + k_{ze})e_0 + (b_{z\theta}v + k_{z\theta})\theta_0 + (mv^2 + b_{zz}v + k_{zz})z_0 = 0 \end{cases} \quad (33)$$

式(33)的解为 $e_0 = \theta_0 = z_0$, 相当于转子处在静平衡位置,而转子中心在静平衡位置存在小幅度涡动。式(33)存在非零解的条件是系数行列式为零,即

$$\begin{vmatrix}mv^2+b_{ee}v+k_{ee}&b_{e\theta}v+k_{e\theta}&b_{ez}v+k_{ez}\\b_{\theta e}v+k_{\theta e}&mv^2+b_{\theta\theta}v+k_{\theta\theta}&b_{\theta z}v+k_{\theta z}\\b_{ze}v+k_{ze}&b_{z\theta}v+k_{z\theta}&mv^2+b_{zz}v+k_{zz}\end{vmatrix}=0$$

(34)

将式(34)展开,得特征方程为

$$a_0v^6+a_1v^5+a_2v^4+a_3v^3+a_4v^2+a_5v+a_6=0$$

(35)

根据 Routh-Hurwitz 稳定性判断准则,气膜稳定的的充要条件是行列式(36)的各阶主子行列式 $D_i(i=1\sim 6)$ 均大于零.

$$\begin{vmatrix}a_1&a_0&0&0&0&0\\a_3&a_2&a_1&a_0&0&0\\a_5&a_4&a_3&a_2&a_1&a_0\\0&a_6&a_5&a_4&a_3&a_2\\0&0&0&a_6&a_5&a_4\\0&0&0&0&0&a_6\end{vmatrix}$$

(36)

采用表 1 所示的轴承设计参数,在无量纲径向偏心率 $\epsilon=0.3$,供气压力 $p_s=0.3\text{ MPa}$ 条件下,基于以上计算方法编写 Matlab 程序,求解不同转速下各阶主子行列式的值(表 2),分析气膜稳定

表 2 各转速下的主子行列式值

Table 2 Value of every principal minor at different speeds

转速/ 10^4 (r/min)	D_1	D_2	D_3	$D_4/10^4$	$D_5/10^5$	$D_6/10^9$
3.0	0.6273	33.8164	131.4050	4.6819	5.3585	1.3666
3.1	0.6116	34.1682	133.5274	4.9710	5.8299	1.5523
3.2	0.5944	34.3600	134.8385	5.2527	6.3675	1.7763
3.3	0.0581	34.8215	-137.9459	-5.6559	7.1381	2.0800

性变化过程,结果表明:如表 2 所示,在转速达到 32000 r/min 以后,主子行列式的值出现负值,说明轴承转子系统失稳.

6 结 论

1) 本文在建立球面螺旋槽动静压气体轴承雷诺方程的基础上,结合导数积分法和有限差分法推导出轴承刚度和阻尼系数的计算公式.编程计算程序,求解轴承的刚度和阻尼系数.其中,采用 Simpson 复化积分法数值积分求解动态特性系数.研究结果表明,转速、偏心率、供气压力直接影响轴承的刚度和阻尼系数.把轴承的刚度和阻尼系数与稳定性关联,建立了稳定性判定模型.采用 Matlab 编制程序,计算各转速下各阶主子行列式的值,根据 Routh-Hurwitz 稳定性判断准则,求出轴承转子系统的临界转速.

2) 由数值计算结果表明(如图 7),随着转速的增加,除了 $K_{z\theta}$ 外,刚度逐渐增加;随着偏心率的增加,除了 $K_{ee},K_{\theta e},K_{e\theta},K_{ze}$ 外,刚度随之增大;阻尼系数随着偏心率的增大而增大,随着转速的增大而减小.

3) 由数值计算结果表明(如图 8),随着偏心率的增加,除了 $K_{ee},K_{e\theta},K_{ze}$ 外,刚度逐渐增加;随着供气压力的增大,除了 $K_{ee},K_{\theta e},K_{ze}$ 外,刚度随之增大;阻尼系数随着偏心率、供气压力的增大逐渐增大.

4) 利用动态特性的数值计算方法,得到转

速、偏心率及供气压力对轴承刚度和阻尼系数的影响规律,通过把轴承的刚度和阻尼系数与稳定性关联,为提高轴承转子系统的稳定性提供理论依据.

参考文献:

[1] WEN Mingzhang, JIAN Binzhou, GUANG Meng. Performance and stability analysis of gas-lubricated journal bearings in MEMS [J]. Tribology International, 2011, 44 (7/8): 887-897.

[2] 许怀锦,刘占生,吕伟剑,等. 气体润滑弹性波箔片轴承动态特性分析[J]. 航空动力学报,2011,26(5):1185-1193.

XU Huaijin, LIU Zhansheng, LÜ Weijian, et al. Dynamic characteristics analysis of bump foil journal bearings with air lubrication[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26 (5):1185-1193. (in Chinese)

[3] 赵广,刘盼年,于贺春,等. 静压气体轴承气膜力及其与转子耦合动力学特性研究[J]. 航空动力学报,2012,27(2):472-480.

ZHAO Guang, LIU Pannian, YU Hechun, et al. Research on gas film force of aerostatic gas bearing and its coupled dynamics with rotor[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(2):472-480. (in Chinese)

[4] 郭良斌,王祖温,包钢,等. 新型环面节流静压气体球轴承压力分布的实验研究[J]. 摩擦学学报,2005,25(4):364-368.

GUO Liangbin, WANG Zuwen, BAO Gang, et al. Experimental study on the pressure distribution of externally pressurized spherical gas bearings with inherent compensation and integrated ball socket[J]. Tribology, 2005, 25(4): 364-368. (in Chinese)

[5] CHENG Chiwang. Bifurcation and nonlinear analysis of a

flexible rotor supported by a relative short spherical gas bearing system[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(9): 2659-2671.

[6] 虞烈,刘恒. 轴承-转子系统动力学[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2001.

[7] SU J C, LIE K N. Rotation effects on hybrid air journal bearings[J]. Tribology International, 2003, 36 (10): 717-726.

[8] MIYATAKE M, YOSHIMOTO S. Numerical investigation of static and dynamic characteristics of aerostatic thrust bearings with small feed holes[J]. Tribology International, 2010, 43(8): 1353-1359.

[9] 王学敏,杜建军,李姗姗. 基于有限差分法对不同润滑介质下静压气体轴颈轴承性能研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(3): 121-127.

WANG Xuemin, DU Jianjun, LI Shanshan. Performance research on the externally pressurized gas journal bearing under different working gas based on finite difference method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48 (3): 121-127. (in Chinese)

[10] 戚社苗,耿海鹏,虞烈. 动压气体轴承的动态刚度和动态阻尼系数[J]. 机械工程学报, 2007, 43(5): 91-98.

QI Shemiao, GENG Haipeng, YÜ Lie. Dynamic stiffness and dynamic damping coefficients of aerodynamic bearings [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43 (5): 91-98. (in Chinese)

[11] 周恒,刘延柱. 气体动压轴承的原理及计算[M]. 北京:国防工业出版社, 1981.

[12] 张广辉. 高速动静压混合气体轴承转子系统动力学特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010.

ZHANG Guanghui. Research of dynamic characteristics for high speed hybrid gas bearing rotor system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)

[13] SCHIFFMANN J, FAVRAT D. The effect of real gas on the properties of herringbone grooved journal bearings[J]. Tribology International, 2010, 43(9): 1602-1614.

[14] WANG C C, YAU H T. Theoretical analysis of high speed spindle air bearings by a hybrid[J]. Applied Mathematics and Computation, 2010, 217(5): 2084-2096.

[15] 康伟,张家忠,刘雁,等. 气体动压轴承-转子动力系统稳定性及分岔[J]. 航空动力学报, 2007, 22(9): 1537-1543.

KANG Wei, ZHANG Jiazhong, LIU Yan, et al. Stability and bifurcation of symmetrical rotor in self-acting gas journal bearings[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(9): 1537-1543. (in Chinese)

[16] 郭良斌,王祖温,包钢,等. 新型环面节流静压气体球轴承压力分布的有限元计算[J]. 摩擦学学报, 2004, 24 (6): 531-535.

GUO Liangbin, WANG Zuwen, BAO Gang, et al. Finite element analysis of the pressure distribution of externally pressurized spherical gas bearings with inherent compensation[J]. Tribology, 2004, 24(6): 531-535. (in Chinese)

[17] 虞烈. 弹性箔片轴承的气弹润滑解[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(3): 327-330.

YÜ Lie. Solution of elasto-aerodynamic lubrication for compliant foil bearings[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(3): 327-330. (in Chinese)

[18] 卢志伟,魏明明. 气浮动压轴承的静特性数值计算与实验研究[J]. 摩擦学学报, 2014, 34(1): 36-37.

LU Zhiwei, WEI Mingming. Numerical simulation and experimental study of the static performance of the aerodynamic bearings[J]. Tribology, 2014, 34(1): 36-37. (in Chinese)

(编辑:陈 越)